
Lista Nr 2

Podstawowe funkcje. Elementarne przekształcenia wykresu funkcji

2.1 Podstawowe własności funkcji

2.1.1 Wyznaczyć dziedzinę funkcji:

1. $y = \ln(x + 3)$;
2. $y = \sqrt{5 - 2x}$;
3. $y = \sqrt{-x} + \sqrt{4 + x}$;
4. $y = \arccos \frac{1 - 2x}{4}$;
5. $y = \sqrt{1 - |x|}$;
6. $y = \lg(5x - x^2 - 6)$;
7. $y = \sqrt{x + 2}$;
8. $y = \sqrt{9 - x^2}$;
9. $y = 2^{\sqrt{4x - x^2}}$.

2.1.2 Wyznaczyć obraz G zbioru F przy odwzorowaniu f :

1. $y = x^2$, $F = \langle -1, 2 \rangle$;
2. $y = |x|$, $F = \{x : 1 \leq |x| \leq 2\}$;
3. $y = \sqrt{x + 4}$, $F = (-4, 0)$;
4. $y = 2 + x - x^2$, $F = (-4, 3)$;
5. $y = \log_3(x - 3)$, $F = (6, 30)$;
6. $y = x^2 - 1$, $F = \langle 0, 1/2 \rangle$.

2.1.3 Narysować wykresy funkcji w zbiorze określonym nierównością $|x| \leq 3$:

1. $y = 2x$;
2. $y = 2x + 2$;
3. $y = 2x - 2$;
4. $y = x^2$;
5. $y = x^2 + 1$;
6. $y = x^2 - 1$;
7. $y = \frac{x^3}{3}$;
8. $y = \frac{x^3}{3} - 1$;
9. $y = \frac{x^3}{3} + 1$

2.1.4 Narysować wykresy funkcji:

1. $y = |x|$;
2. $y = -|x - 2|$;
3. $y = |x| - x$.

2.1.5 Określić funkcje złożone $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$, $g \circ g$, $f \circ g \circ f$ oraz ich dziedziny, jeżeli:

1. $f(x) = \operatorname{tg} x$, $g(x) = x^2$.
2. $f(x) = e^x$, $g(x) = \sqrt{x}$.
3. $f(x) = \sin x$, $g(x) = \frac{1}{x}$.
4. $f(x) = 3^x$, $g(x) = x^{2/3}$.

2.1.6 Naszkicować wykresy funkcji podstawowych:

1. $y = kx + b$, jeśli : a) $k = 2, b = 0$; b) $k = 0, b = -2$; c) $k = -1, b = -1/3$.

2. $y = y_0 + a(x - x_0)$, jeśli : a) $a = 1, x_0 = 0, y_0 = -1$; b) $a = 2, x_0 = 1, y_0 = 0$;
c) $a = -1/2, x_0 = -2, y_0 = 3/2$.

3. $y = y_0 + \frac{k}{x - x_0}$, jeśli : a) $k = 1, x_0 = 1, y_0 = -1$; b) $k = -2, x_0 = -1, y_0 = -1/2$.

4. $y = a \sin(kx + \alpha)$, jeśli : a) $a = 1, k = 2, \alpha = \pi/3$; b) $a = -2, k = 1/2, \alpha = -\pi/3$.

5. $y = a \operatorname{tg}(kx + \alpha)$, jeśli : a) $a = 3, k = 1/2, \alpha = \pi/4$; b) $a = -1/2, k = 2, \alpha = 3\pi/2$.

6. $y = p \arcsin(x + q)$, jeśli : a) $p = 4, q = -1$; b) $p = -2/3, q = 1/2$.

6. $y = p \operatorname{arctg}(x + q)$, jeśli : a) $p = -3, q = 5/2$; b) $p = 2/5, q = -6$.

7. $y = a^{kx+b}$, jeśli : a) $a = 2, k = -1, b = 1$; b) $a = 1/2, k = 2, b = -2$.

8. $y = \log_a(kx + b)$, jeśli : a) $a = 10, k = 10, b = -1$; b) $1/10, k = 1/2, b = 2$.

9. $y = |2 - x| + |2 + x|$.

10. $y = x^2 - 6|x| + 9$.

11. $y = |6x^2 + x| - 1$.

12. $y = \left| \frac{2 - 3}{x + 2} \right|$.