
Lista Nr 4

Ciągłość funkcji w punkcie

4.1 Badanie ciągłości

Zbadać ciągłość funkcji $f(x)$ i wyznaczyć rodzaj punktów nieciągłości:

$$1. f(x) = \frac{1}{x^2(x-1)};$$

$$2. f(x) = \frac{|3x-5|}{3x-5};$$

$$3. f(x) = \frac{(1+x)^2 - 1}{x};$$

$$4. f(x) = \frac{3^{\frac{1}{x-2}} - 1}{3^{\frac{1}{x-2}} + 1};$$

$$5. f(x) = \begin{cases} 2^x, & -1 \leq x < 1, \\ 1, & x = 1, \\ x - 1, & 1 < x \leq 4; \end{cases}$$

$$6. f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1, \\ 4 - 2x, & 1 < x < 5/2, \\ 2x - 7, & 5/2 \leq x \leq 4; \end{cases}$$

$$7. f(x) = \frac{x}{1 + e^{1/x}};$$

$$8. f(x) = x - \frac{1}{x}.$$

4.2 Dla jakich parametrów funkcja jest ciągła:

$$1. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}, & x \neq 1, \\ A, & x = 1; \end{cases}$$

$$2. f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \leq 1, \\ ax^2 - 2, & x > 1; \end{cases}$$

$$3. f(x) = \begin{cases} ax + 1, & x \leq \pi/2, \\ \sin x + b, & x > \pi/2. \end{cases}$$

4.3 Znaleźć punkty nieciągłości funkcji, wyznaczyć ich rodzaj, w przypadku ciągłości usuwalnej określić funkcję ciągłą:

$$1. f(x) = \frac{1}{x^2(x-1)}; \quad 2. f(x) = \frac{|3x-5|}{3x-5}; \quad 3. f(x) = \frac{(1+x)^n - 1}{x}, n \in \mathbb{N};$$

$$4. f(x) = \frac{1}{x} \sin x; \quad 5. f(x) = 1 - x \sin \frac{1}{x}; \quad 6. f(x) = 3^{\frac{x}{1-x^2}};$$

$$7. f(x) = (x+1) \operatorname{arctg} \frac{1}{x} \quad 8. f(x) = \frac{|x+2|}{\operatorname{arctg}(x+2)}; \quad 9. f(x) = \frac{3^{\frac{1}{x-2}} - 1}{3^{\frac{1}{x-2}} + 1};$$

$$10. f(x) = \frac{1}{x} \ln \frac{1+x}{1-x}; \quad 11. f(x) = \begin{cases} 2^x, & -1 \leq x < 1, \\ x-1, & 1 < x \leq 4, \\ 1, & x = 1; \end{cases} \quad 12. f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1, \\ 4-2x, & 1 < x < 2,5, \\ 2x-7, & 2,5 \leq x \leq 4. \end{cases}$$